التاسعة نموذجي 1 + 2 + 3 مدة الاختبار: ساعتان أحمد بنعبدالقادر/عائشة معلّى	فرض تأليفي عدد 3 في مادة الرياضيات	معهد ابن الجزار بقبلي 2015/05/27

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات. أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة أو الإجابات الصحيحة الموافقة له.

1) مجموعة حلول المتراجحة : $t^4-6t^2+9\geq 0$ هي:

أ/ $\{0\}$ ب/ IR ج/ ϕ

2) تحتوي علبة على 5 أقراص متشابهة مرقمة: 1 – 3 – 5 – 7 – 9. نقوم بسحب عشوائي لقرصين من العلبة بالتتالي ودون إرجاع. إذن إحتمال أن يكون مجموع الرقمين المتحصل عليهما قابلا للقسمة على 3 هو :

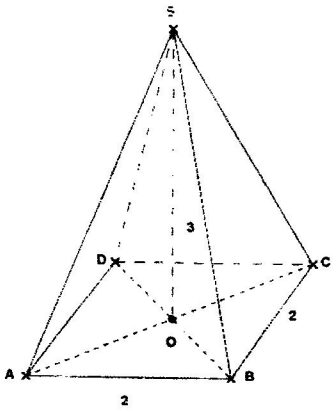
أ/ 30% ب/ 24 % ج/ 15 %

3) الجدول التالي يقدم نتائج دراسة إحصائية حول معدّلات تلاميذ قسم في مادة الرياضيات :

المعدّل	[0, 5[	[5, 10[	[10, 15[	[15, 20[
عدد التلاميذ		12	.	
التكرار التراكمي الصاعد		16	.	24

نعلم أن التواتر الموافق للفئة [10, 15[هو 0,25. إذن المعدّل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية:

أ/ 9 ب/ 8,75 ج/ 8,7



4) في الرسم المقابل SABCD هرم منتظم إرتفاعه SO = a وقاعدته ABCD مربع مركزه O وحيث $AB=\sqrt{2}a$.

إذن المثلث SAB هو :

أ/ قائم الزاوية ب/ متقايس الضلعين ج/ متقايس الأضلاع

تمرين عدد 2: (4 نقاط)

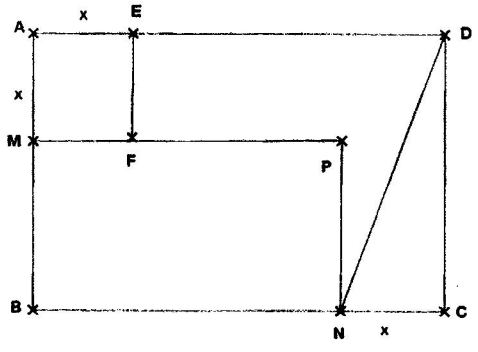
1) لتكن العبارة $A=x^2-7x+6$ حيث x عدد حقيقي.

أ/ بيّن أنّ $A=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$.

ب/ استنتج تفكيك العبارة A إلى جذاء عوامل.

ج/ حلّ في R المعادلة $x^2-7x+6=0$.

2) حلّ في R المتراجحة $(2-x)(3-x)<x^2$.



3) في الرسم المقابل ABCD مستطيل أبعاده: AB = 2 و BC = 3

M نقطة من [AB] مخالفة لـA و B ، N نقطة على [BC] و E نقطة على [AD] حيث $AM=CN=AE=x$.

أ/ إلى أي مجال ينتمي العدد x.

ب/ جد العدد x لتكون مساحة المستطيل MBNP ضعف مساحة المثلث NCD.

ج/ جد العدد x لتكون مساحة المستطيل MBNP أصغر قطعا من مساحة المربع AEFM.

تمرين عدد 3: (4.5 نقاط)

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

1) أ/ أرسم شبه منحرف ABCD قائم الزاوية في A و D حيث: $AB = 3,2$ و $AD = 2,4$ و $CD = 5$.

ب/ بيّن أنّ BD = 4.

2) لتكن النقطة H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (CD).

أ/ بيّن أنّ الرباعي ABHD مستطيل

ب/ بيّن أنّ BC = 3.

ج/ برهن أنّ المثلث BCD قائم الزاوية في B.

3) لتكن النقطة K على [AB] حيث AK = 1,8.

أ/ بيّن أنّ AKCH متوازي أضلاع واستنتج أنّ KC = BD.

ب/ بيّن أنّ KD = BC.

ج/ برهن أنّ المثلثين BCD و KCD متقايسين واستنتج أنّ النقاط B و C وD و K تنتمي إلى نفس الدائرة.

4) المستقيمان (BC) و (KD) يتقاطعان في النقطة E.

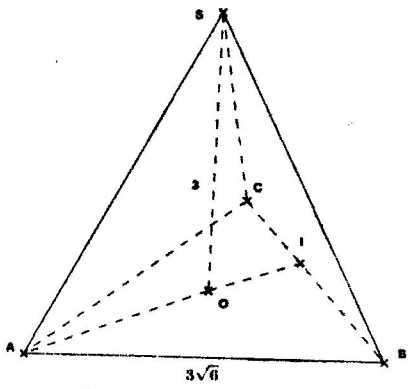
برهن أنّ المثلث ECD متقايس الضلعين.

5) لتكن M نقطة تقاطع (CK) و (BD). ولتكن O. نقطة تقاطع (EM) و (CD).

أ/ برهن أنّ المستقيمين (EO) و (BH) متوازيين.

ب/ أحسب EO.

تمرين عدد 4: (4 نقاط)



(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

في الرسم المقابل: SABC هرم منتظم إرتفاعه SO = 3 وقاعدته المثلث ABC حيث $AB = 3\sqrt{6}$.

النقطة I منتصف [BC].

1) أ/ بيّن أنّ $OA = 3\sqrt{2}$ واستنتج أنّ $SA = 3\sqrt{3}$.

ب/ بيّن أنّ المثلث SBI قائم الزاوية واستنتج أنّ $SI = \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

2) لتكن M نقطة من [OA] حيث AM = x.

أ/ جد حصرا لـx.

ب/ بيّن أنّ $SM^2 = x^2 - 6\sqrt{2}x + 27$

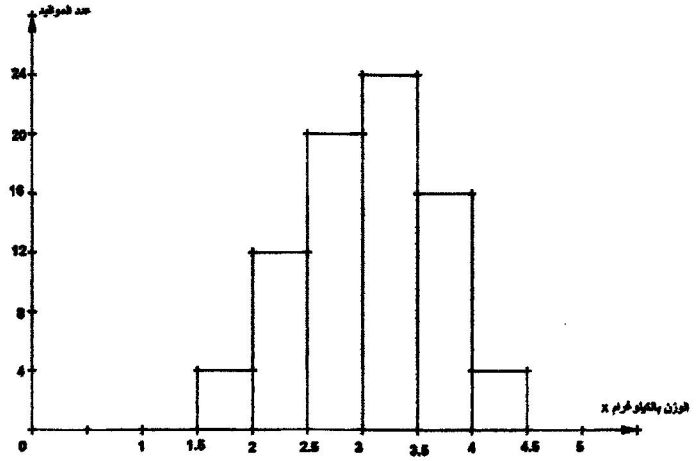
3) أ/ بيّن أنّ: SM = SI يعني $x^2 - 6\sqrt{2}x + \frac{27}{2} = 0$

ب/ بيّن أنّ $x^2 - 6\sqrt{2}x - \frac{27}{2} = \left(x - \frac{9\sqrt{2}}{2}\right)\left(x - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

ج/ استنتج وضعية النقطة M على [OA] ليكون المثلث SIM متقايس الضلعين قمته الرئيسية S.

تمرين عدد 5: (4.5 نقاط)

الرسم الموالي يقدّم توزيع عيّنة مكوّنة من 80 مولودا جديدا في أحد المستشفيات حسب أوزانهم بالكيلوغرام.



1) أ/ أنقل وأتمم الجدول التالي:

الوزن بالكغ	]1,5 ; 2[	]2 ; 2,5[	]2,5; 3[	]3 ; 3,5[	]3,5 ; 4[	]4 ; 4,5[
التكرار: عدد المواليد						
التكرار التراكمي الصاعد						
التواتر التراكمي الصاعد						

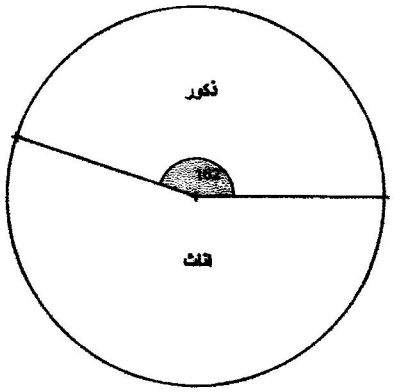
ب/ حدّد منوال ومدى هذه السلسلة الإحصائية.

ج/ بيّن أنّ معدّل وزن المولود في هذه العيّنة يساوي 3,050Kg.

2) أ/ أرسم مضلع التواترات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة الإحصائية.

ب/ استنتج قيمة تقريبية لموسّط هذه السلسلة الإحصائية.

3) المخطّط الدائري المقابل يمثّل توزيع هؤلاء المواليد حسب الجنس (إناث – ذكور).



أ/ بيّن أنّ عدد الإناث في هذه العيّنة يساوي 44.

ب/ نعلم أنّ معدّل الوزن للمواليد الإناث يساوي 2,825Kg.

أحسب معدّل وزن المواليد الذكور.

4) أ/ إذا أخذنا مولودين بصورة عشوائية من هذه العيّنة بالتتالي. ما هو إحتمال أن يكونا من نفس الجنس.

ب/ إذا أخذنا بصورة عشوائية أحد المواليد من بين الذين يفوق وزنهم 2,5Kg. ما هو إحتمال أن يكون وزنه أقل من 3,5Kg.

فرض تأليفي عدد 3 — إصلاح

تمرين عدد 1:

1) ب) $t^4 - 6t^2 + 9 \geq 0$ يعني $(t^2-3)^2 \geq 0$

2) أ) عدد جميع الإمكانيات: $5 \times 4 = 20$.
الإمكانيات التي يكون فيها مجموع الرقمين قابلا للقسمة على 3:
$(1,5)$; $(5,1)$; $(3,9)$; $(9,3)$; $(5,7)$; $(7,5)$
الاحتمال: $\frac{6}{20} = \frac{30}{100} = 30\%$

3) ب) التكرار الجملي $N = 24$.
التكرار المواقف للفئة $[10,15[$: $0,25 \times 24 = 6$.

المعدل	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;20[$
تدد التلاميذ	4	12	6	2
التكرار التراكمي الصاعد	4	16	22	24

المعدل الحسابي: $\bar{x} = \frac{2,5 \times 4 + 7,5 \times 12 + 12,5 \times 6 + 17,5 \times 2}{24} = 8,75$

4) ب) و ج)
شعاع الدائرة المحيطة بالقاعدة: $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}a = a$.
قيس حرف الهرم: $SA = SB = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{a^2+a^2} = \sqrt{2}a = AB$
إذن SAB متقايس الأضلاع و بالتالي متقايس الضلعين.

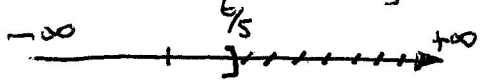
تمرين عدد 2:

4) 1) $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = x^2 - 7x + \frac{49}{4} - \frac{25}{4}$.
$= x^2 - 7x + \frac{24}{4}$
$= x^2 - 7x + 6$
$= A$.

ب) $A = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$
$= \left(x - \frac{7}{2} - \frac{5}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2} + \frac{5}{2}\right)$
$= (x-6)(x-1)$.

ج) $x^2 - 7x + 6 = 0$ يعني $(x-6)(x-1) = 0$
يعني $x-6=0$ أو $x-1=0$
يعني $x=6$ أو $x=1$.
إذن: $S_R = \{1;6\}$.

د) $(2-x)(3-x) < x^2$: يعني $6 - 2x - 3x + x^2 < x^2$
يعني: $6 - 5x < 0$
يعني: $6 < 5x$
يعني $\frac{6}{5} < x$



إذن $S_R =]\frac{6}{5}; +\infty[$

3) أ) M تنتمي لـ $[AB]$ ومخالفة لـ A و لـ B
يعني: $0 < AM < AB$ يعني $0 < x < 2$
إذن $x \in]0;2[$

ب) مساحة المستطيل MBNP تساوي ضعف مساحة المثلث NCD
يعني: $MB \times BN = 2 \times \frac{1}{2} NC \times CD$
يعني $(2-x)(3-x) = 2x$
يعني $6 - 5x + x^2 = 2x$
يعني $x^2 - 7x + 6 = 0$

إذن x حل المعادلة $A=0$.

بما أن مجموعة حلول المعادلة $A=0$ هي $\{1;6\}$ وبما أن $x \in]0;2[$

فإن $x=1$.

ج) $\mathcal{A}(MBNP) < \mathcal{A}(AEFM)$

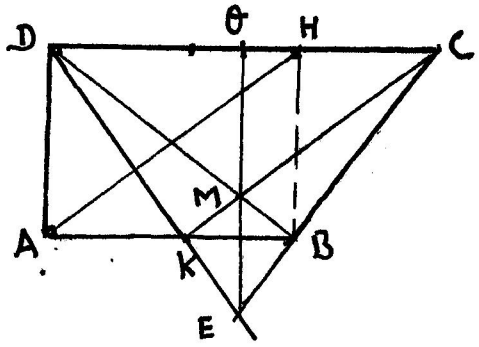
يعني : $(x-2)(x-3) < x^2$

إذن حسب السؤال 2) . $x \in]\frac{6}{5}; +\infty[$ وبما أن $x \in]0;2[$

فإن $x \in]\frac{6}{5}; 2[$

تمرين عدد 3 :

1) أ)



ب) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث ABD القائم في A :

$BD^2 = AD^2 + AB^2$

$= 2,4^2 + 3,2^2$

$= 5,76 + 10,24 = 16$

إذن $BD = \sqrt{16} = 4$.

2) أ) في الرباعي ABHD لدينا :

$\widehat{BAD} = \widehat{ADH} = \widehat{BHD} = 90$

إذن ABHD مستطيل.

ب) بما أن ABHD مستطيل فإن : $BH = AD = 2,4$. و $DH = AB = 3,2$

إذن $HC = DC - DH = 5 - 3,2 = 1,8$.

بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث BHC القائم في H :

$BC^2 = BH^2 + HC^2 = 2,4^2 + 1,8^2 = 5,76 + 3,24 = 9$

إذن $BC = \sqrt{9} = 3$.

ج) في المثلث BCD لدينا : $BD^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2$

$= 16 + 9 = 25 = CD^2$

إذن حسب عكس مبرهنة بيتاغور نستنتج أن BCD قائم الزاوية في B.

3) أ) في الرباعي AKCH لدينا : $(AK) \parallel (CH)$

و $AK = CH = 1,8$

إذن AKCH متوازي الأضلاع.

* AKCH متوازي أضلاع إذن $KC = AH$

ABHD مستطيل إذن $BD = AH$

بالتالي $KC = BD$.

ب) مقارنة المثلثين AKD و BHC :

لدينا : $\widehat{BHC} = \widehat{KAD} = 90°$

$BH = KD = 2,4$ ،

$HC = AK = 1,8$ ،

لذن حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات نستنتج أن المثلثين AKD و BHC متقايسين وبالتالي KD = BC.

2) مقارنة المثلثين BCD و KCD :

لدينا : CD = CD

و KD = BC (السؤال 3 ب)

و KC = BD (السؤال 3 أ)

لذن حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات نستنتج أن المثلثين BCD و KCD متقايسين.

- بما أن BCD و KCD متقايسين و BCD قائم في B لذن KCD قائم في K.

بالتالي المثلثين BCD و KCD لهما نفس الدائرة المحيطة التي قطرها [CD]

نستنتج أن النقاط B و C و D و K تنتمي لنفس الدائرة.

4) بما أن المثلثين BCD و KCD متقايسين فإن $\widehat{BCD} = \widehat{KDC}$

وبالتالي المثلث ECD متقايس الضلعين قمته الرئيسة E.

بطريقة ثانية :

بما أن (BD) ⊥ (BC) و (DK) ⊥ (KC)

فإن مساحة ECD : $A(ECD) = \frac{1}{2} EC \times BD = \frac{1}{2} ED \times KC$

وبما أن BD = KC فإن EC = ED

بطريقة أخرى :

بتطبيق مبرهنة طالس في المثلث EDC وبما أن (DC) // (KB) :

$\frac{EK}{EB} = \frac{KD}{BC} = \frac{ED}{EC}$ (طالس و المستقيمات المتوازية)

وبما أن KD = BC فإن ED = EC

5) أ) في المثلث ECD لدينا :

- (BD) ⊥ (EC) إذن (BD) تحمل الإرتفاع الصادر عن D.
- (KC) ⊥ (ED) إذن (KC) تحمل الإرتفاع الصادر عن C.

وبالتالي النقطة M تقاطع (BD) و (KC) هي المركز العائم للمثلث ECD

لذن المستقيم (EM) تحمل الإرتفاع الصادر عن E وهو بالتالي عمودي على (CD).

- لدينا (EM) ⊥ (CD) و (BH) ⊥ (CD) لذن (EM) و (BH) متوازيين.

ب) في المثلث EOC لدينا :

B تنتمي لـ (EC) و H تنتمي لـ (OC) بحيث (BH) // (EO)

لذن حسب مبرهنة طالس : $\frac{CH}{CO} = \frac{BH}{EO}$

يعني : $\frac{1,8}{2,5} = \frac{2,4}{EO}$

يعني $EO = \frac{2,5 \times 2,4}{1,8}$

لذن $EO = \frac{10}{3}$

حساب CO :

المثلث ECD متقايس الضلعين قمته الرئيسة E و (EO) عمودي على (CD) لذن $\theta = C \times D$ وبالتالي $CO = \frac{CD}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$

تمرين عدد 4 :

1) أ) بما أن $SABC$ هرم منتظم فإن قاعدته ABC مثلث متقايس الأضلاع

إذن النقطة O هي مركز ثقل ABC

وبالتالي : $OA = \frac{2}{3} A1 = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 3\sqrt{6} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث SOA القائم في O :

$SA^2 = OA^2 + SO^2 = (3\sqrt{2})^2 + 3^2 = 18 + 9 = 27$

إذن : $SA = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$.

ب) المثلث SBC هو وجه جانبي للهرم المنتظم $SABC$ إذن SBC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية S.

وبما أن $I = B * C$ فإن $(SI) \perp (BC)$

وبالتالي المثلث SBI قائم الزاوية في I.

* بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث SBI القائم في I :

$SI^2 = SB^2 - BI^2 = (3\sqrt{3})^2 - \left(\frac{3\sqrt{6}}{2}\right)^2$

$= 27 - \frac{54}{4} = \frac{108-54}{4} = \frac{54}{4}$

إذن $SI = \sqrt{\frac{54}{4}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$

2) أ) بما أن M تنتمي لـ $[OA]$ فإن : $0 \leqslant AM \leqslant OA$

إذن $0 \leqslant x \leqslant 3\sqrt{2}$.

ب) بتطبيق مبرهنة بيتاغور في المثلث SOM القائم في O :

$SM^2 = OM^2 + SO^2 = (3\sqrt{2} - x)^2 + 3^2$

$= x^2 - 6\sqrt{2}x + 18 + 9$

$= x^2 - 6\sqrt{2}x + 27$.

3) أ) $SM = SI$ يعني $SM^2 = SI^2$

يعني : $x^2 - 6\sqrt{2}x + 27 = \left(\frac{3\sqrt{6}}{2}\right)^2$

يعني : $x^2 - 6\sqrt{2}x + 27 = \frac{54}{4}$

يعني $x^2 - 6\sqrt{2}x + \frac{27}{2} = 0$

ب) $\left(x - \frac{9\sqrt{2}}{2}\right)\left(x - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right) = x^2 - \frac{9\sqrt{2}}{2}x - \frac{3\sqrt{2}}{2}x + \frac{27 \times 2}{4}$

$= x^2 - 6\sqrt{2}x + \frac{27}{2}$.

ج) المثلث SIM متقايس الضلعين قمته الرئيسية S

يعني : $SM = SI$

يعني $x^2 - 6\sqrt{2}x + \frac{27}{2} = 0$

يعني $\left(x - \frac{9\sqrt{2}}{2}\right)\left(x - \frac{3\sqrt{2}}{2}\right) = 0$

يعني $x - \frac{9\sqrt{2}}{2} = 0$ أو $x - \frac{3\sqrt{2}}{2} = 0$

يعني $x = \frac{9\sqrt{2}}{2}$ أو $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

وبما أن $0 \leqslant x \leqslant 3\sqrt{2}$ فإن $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

في حالة $AM = \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{AO}{2}$

إذن $M = A * O$.

تمرين عدد 5 :

1) أ)

الوزن بالكغ	$[1,5\,;2[$	$[2\,;2,5[$	$[2,5\,;3[$	$[3\,;3,5[$	$[3,5\,;4[$	$[4\,;4,5[$
التكرار: عدد الموالين	4	12	20	24	16	4
التكرار التراكمي الصاعد	4	16	36	60	76	80
التواتر التراكمي الصاعد	5%	20%	45%	75%	95%	100%

ب) الفئة المنوال : $[3\,;3,5[$

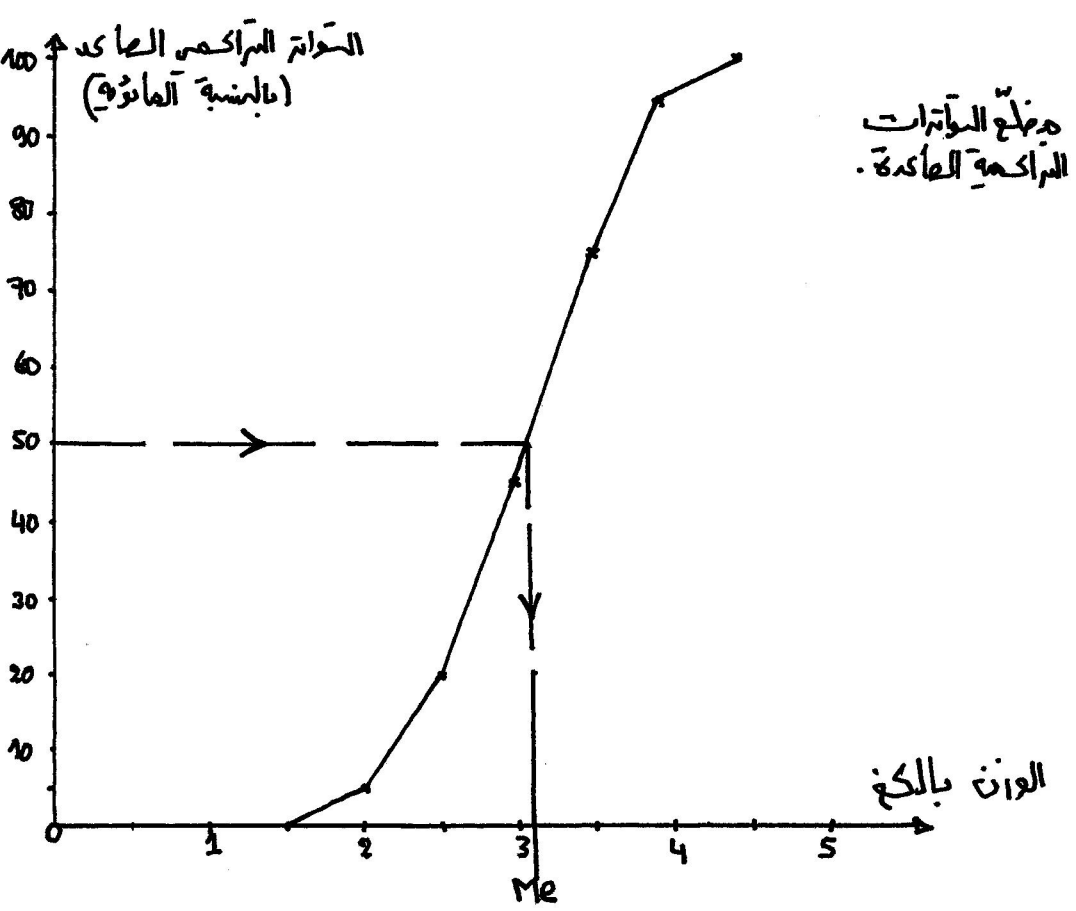
المدى : $4,5 - 1,5 = 3$

ج) المعدل الحسابي لهذه السلسلة الاحصائية :

$$\overline{x} = \frac{1}{80}\left[1,75\times 4 + 2,25\times 12 + 2,75\times 20 + 3,25\times 24 + 3,75\times 16 + 4,25\times 4\right]$$

$$= \frac{7+27+55+78+60+17}{80} = \frac{244}{80} = 3,050 \text{ kg}.$$

2) أ)



ب) من خلال الرسم البياني لمضلع التواترات التراكمية الصاعدة :
قيمة تقريبية لموسط هذه السلسلة الإحصائية :

$Me \simeq 3,1$.

3) أ) باستعمال التناسب :

$360° \longrightarrow 80$

$162 \longrightarrow ?$

$$\frac{80\times 162}{360} = 36.$$

عدد الذكور في هذه العينة :

$80 - 36 = 44$.

إذن عدد الإناث في هذه العينة :

ب) نرمز بـ x لمعدل وزن الموالين الذكور :

إذن :

$$\frac{2,825\times 44 + x\times 36}{80} = 3,050$$

وبالتالي :

$$x = \frac{3,050\times 80 - 2,825\times 44}{36} = 3,325 \text{ kg}$$

4) أ) باستعمال مبدأ الضرب:

عدد جميع الإمكانيات: $80 \times 79 = 6320$

* عدد الإمكانيات أن يكونا من جنس الذكور: 36×35

عدد الإمكانيات أن يكونا من جنس الإناث: 44×43

إذن احتمال أن يكون المولودين من نفس الجنس:

$$\frac{36\times35 + 44\times43}{6320} = \frac{3152}{6320} \simeq 49{,}8\,\%$$

ب) عدد العوالب الذين وزنهم يفوق 4,5kg:

$20 + 24 + 16 + 4 = 64$.

عدد العوالب الذين وزنهم يفوق 4,5kg ويقل عن 3,5kg:

$20 + 24 = 44$.

احتمال أن يكون وزن المولود أقل من 3,5kg:

$$\frac{44}{64} = 68{,}75\,\%$$

توزيع النقاط

تمرين عدد 1:

1) $0{,}75 \times 4 = 3$

تمرين عدد 2:

1) أ) 0,5

ب) 0,5

ج) 0,5

2) 0,75

3) أ) 0,25

ب) 0,75

ج) 0,75

تمرين عدد 3:

1) أ) 0,5

ب) 0,5

ج) 0,25

2) 0,5

ب) 0,5

ج) 0,5

3) أ) $0{,}25 + 0{,}25 = 0{,}5$

ب) 0,5

ج) $0{,}5 + 0{,}5 = 1$

4) 0,5

5) أ) 0,5

ب) 0,25

تمرين عدد 4:

1) أ) $0{,}5 + 0{,}5 = 1$

ب) $0{,}5 + 0{,}5 = 1$

2) أ) 0,25

ب) 0,5

3) أ) 0,5

ب) 0,5

ج) 0,25

تمرين عدد 5:

1) أ) 1

ب) $0{,}25 + 0{,}25 = 0{,}5$

ج) 0,5

2) أ) 0,5

ب) 0,5

3) أ) 0,5

ب) 0,5

4) أ) 0,25

ب) 0,25